18. Demostrar analíticamente que las rectas que unen los puntos medios de los lados adyacentes del cuadrilátero $A(-3, 2)$, $B(5, 4)$, $C(7, -6)$ y $D(-5, -4)$ forman otro cuadrilátero cuyo perímetro es igual a la suma de las diagonales del primero.

19. Demostrar que las rectas que unen los puntos medios de dos lados de los triángulos del Problema 14 son paralelas al tercer lado e iguales a su mitad.

20. Dado el cuadrilátero $A(-2, 6)$, $B(4, 4)$, $C(6, -6)$ y $D(2, -8)$, demostrar que:

a) La recta que une los puntos medios de AD y BC pasa por el punto medio del segmento que une los puntos medios de AB y CD.

b) Los segmentos que unen los puntos medios de los lados adyacentes del cuadrilátero forman un paralelogramo.

21. El segmento que une $A(-2, -1)$ con $B(3, 3)$ se prolonga hasta C. Sabiendo que $BC = 3AB$, hallar las coordenadas de C. *Sol.* (18, 15).

22. Demostrar que el punto medio de la hipotenusa de un triángulo rectángulo equidista de los vértices. Ind.: Supóngase que las coordenadas del vértice del ángulo recto son (0, 0) y las de los otros vértices $(a, 0)$ y $(0, b)$.

23. Demostrar que en los triángulos isósceles del Problema 6 dos de las medianas son de la misma longitud.

24. Hallar las pendientes de las rectas que pasan por los puntos:

a) $(3, 4), (1, -2)$; *c*) $(6, 0), (6, \sqrt{3})$; *e*) $(2, 4), (-2, 4)$;
b) $(-5, 3), (2, -3)$; *d*) $(1, 3), (7, 1)$; *f*) $(3, -2), (3, 5)$.

Sol. *a*) 3, *b*) $-\frac{6}{7}$, *c*) ∞, *d*) $-\frac{1}{3}$, *e*) 0, *f*) ∞.

25. Hallar las inclinaciones de las rectas que pasan por los puntos:

a) (4, 6) y (1, 3); *c*) (2, 3) y (1, 4); *e*) $(\sqrt{3}, 2)$ y (0, 1);
b) $(2, \sqrt{3})$ y (1, 0); *d*) (3, —2) y (3, 5); *f*) (2, 4) y (—2, 4).

Sol. *a*) $\theta = \text{tg}^{-1} 1 = 45°$; *c*) $\theta = \text{tg}^{-1} -1 = 135°$; *e*) $\theta = \text{tg}^{-1} 1/\sqrt{3} = 30°$;
b) $\theta = \text{tg}^{-1} \sqrt{3} = 60°$; *d*) $\theta = \text{tg}^{-1} \infty = 90°$; *f*) $\theta = \text{tg}^{-1} 0 = 0°$.

26. Aplicando el concepto de pendiente, averiguar cuáles de los puntos siguientes son colineales.

a) (2, 3), (—4, 7) y (5, 8); *d*) (0, 5), (5, 0) y (6, —1);
b) (4, 1), (5, —2) y (6, —5); *e*) $(a, 0)$, $(2a, -b)$ y $(-a, 2b)$;
c) (—1, —4), (2, 5) y (7, —2); *f*) (—2, 1), (3, 2) y (6, 3).

Sol. *a*) No, *b*) Sí, *c*) No, *d*) Sí, *e*) Sí, *f*) No.

27. Demostrar que el punto (1, —2) está situado en la recta que pasa por los puntos (—5, 1) y (7, —5) y que equidista de ellos.

28. Aplicando el concepto de pendiente, demostrar que los puntos siguientes son los vértices de un triángulo rectángulo.

a) (6, 5), (1, 3) y (5, —7); *c*) (2, 4), (4, 8) y (6, 2);
b) (3, 2), (5, —4) y (1, —2); *d*) (3, 4), (—2, —1) y (4, 1).

29. Hallar los ángulos interiores de los triángulos cuyos vértices son:

a) (3, 2), (5, —4) y (1, —2); *Sol.* 45°, 45°, 90°.
b) (4, 2), (0, 1) y (6, —1); *Sol.* 109° 39,2′, 32° 28,3′, 37° 52,5′.
c) (—3, —1), (4, 4) y (—2, 3); *Sol.* 113° 29,9′, 40° 25,6′, 26° 4,5′.